

NONO CONVEGNO NAZIONALE
della
Associazione Italiana per il Controllo della Qualità

IL RUOLO DELLA QUALITA' NELLA
ATTUALE PROSPETTIVA SOCIO-ECONOMICA

Memorie - Vol. 1

Roma - 23/24 Settembre - 1976

I N D I C E P E R M E M O R I A

	pagina
11. CONTROLLO STATISTICO DI ANDAMENTO WEIBULLIANO CON DATI CENSURATI F. Pesarin - G. Uroda	123
12. ANALISI DI UN MODELLO CONCATENATO NEL CONTROLLO "FEED BACK" DI UN PROCESSO PRODUTTIVO. CONTINUO A. Zanella	137
13. ANALISI DELLA AFFIDABILITA' DEI SISTEMI MEDIANTE L'APPROCCIO INTEGRALE F. Galetto	161
14. IL CALCOLO DI UN PARTICOLARE INDICE DI DISPONIBILITA' OPERATIVA R. Somma	175
15. I PROGRAMMI CARA: COMPUTER AIDED RELIABILITY ANALYSIS R. Somma	181
16. PROGRAMMI DI CONTROLLO IGIENICO- SANITARIO PER L'INDUSTRIA ALIMENTARE F. Mariani	195
17. PANORAMICA DELLE METODOLOGIE DI CONTROLLO DI QUALITA' NELLA INDUSTRIA FARMACEUTICA R.M. Cieri - D. Marini	205

IL CALCOLO DI UN PARTICOLARE INDICE DI DISPONIBILITA' OPERATIVA

Roberto Somma, Direzione Controllo Qualità
Selenia S.p.A., Roma

1.

INTRODUZIONE

Le caratteristiche di affidabilità di un apparato possono essere espresse quantitativamente per il tramite di un certo numero di grandezze la cui scelta dipende dalle esigenze dell'utente e dalle necessità operative cui l'apparato è chiamato a soddisfare. Così, nel caso, ad esempio, di un sistema per il quale non è prevista la manutenzione, la caratteristica di affidabilità è espressa per mezzo della probabilità di successo al tempo t , $R(t)$, mentre, se è prevista la manutenzione, può apparire più significativo esprimere tale caratteristica per mezzo della disponibilità al tempo t , $A(t)$, o quella a regime, A_{SS} ; in altri casi potrebbe essere preferibile calcolare il tempo medio tra guasti (MTBF) o quello medio di fuori servizio (MDT), e così di seguito. Questo scritto è dedicato alla valutazione di un particolare indice di disponibilità operativa, A_{Op} , definito dalla probabilità di un "tempo totale di fuori servizio dovuto a manutenzione correttiva", T_{fs} , non maggiore di un valore τ durante una missione di durata t , indicheremo questa grandezza con $A_{Op}(t, \tau) = \Pr \{ T_{fs} \leq \tau / t_m = t \}$.

2.

DERIVAZIONE DELL'ESPRESSIONE DI $A_{Op}(t, \tau)$

E' necessario premettere una definizione, quella di "disponibilità delle scorte", D_S , intesa come la probabilità di avere disponibili le scorte per far fronte alla riparazione di un guasto. Si ipotizza l'indipendenza del valore di D_S dal numero dei guasti, ng . Tale ipotesi permette di dire che, definita la D_S , la probabilità di aver disponibili le scorte necessarie a far fronte ad ng guasti è data da:

$$\frac{ng}{D_S}$$

Affinchè il tempo di fuori servizio T_{fs} sopra definito sia non maggiore di un ammontare τ , occorre che si verifichi il seguente evento:

"il sistema si guasta ng volte (con $ng = 0, 1, 2, \dots, \infty$) al tempo t e viene effettuato un numero di riparazioni $n_r = ng$ in un tempo globale $t_r = T_{fs} \leq \tau$."

Essendo guasti e riparazioni tra loro indipendenti, la probabilità di un simile evento, per un particolare ng , è data da:

$$P_r \{ n_r = ng, T_{fs} \leq \tau, t_m = t \} = P_r \{ n_g, t \} \cdot P_r \{ n_r = ng, T_{fs} \leq \tau \} \quad (1)$$

dove:

$$P_r \{ n_g, t \} = \text{Probabilità di avere } ng \text{ guasti al tempo } t$$

$$P_r \{ n_r = ng, T_{fs} \leq \tau \} = \text{Probabilità di avere } n_r = ng \text{ riparazioni in un tempo } T_{fs} \text{ non maggiore di } \tau$$

e portando in conto la D_S definita precedentemente la (1) diviene

$$P_r \{ n_r = n_g, T_{fs} \leq \tau, t_m = t, D_S \} = \\ = P_r \{ n_g; t \} \cdot D_S^{n_g} \cdot P_r \{ n_r = n_g, T_{fs} \leq \tau \} \quad (2)$$

Per definizione la $A_{Op}(t, \tau)$ è fornita dalla probabilità dell'evento unione dei vari eventi semplici le cui probabilità sono fornite dalla (2) e, poichè le possibili determinazioni di n_g sono tra loro mutuamente escludenti, la probabilità di tale unione è la somma delle probabilità degli eventi semplici estesa ai possibili valori di n_g cioè:

$$A_{Op}(t, \tau) = \sum_{n_g=0}^{\infty} P_r \{ n_g; t \} \cdot D_S^{n_g} \cdot P_r \{ n_r = n_g, T_{fs} \leq \tau \} \quad (3)$$

Allo scopo di valutare la $P_r \{ n_r = n_g, T_{fs} \leq \tau \}$ si può ragionare nel modo seguente:

il tempo T_{fs} può capitare in qualunque punto dell'intervallo $(0, \tau)$, quindi anche se si conoscesse l'espressione della probabilità di avere un certo numero di riparazioni ad un intervallo preciso di tempo, proprio la non conoscenza di tale intervallo (T_{fs}) renderebbe impossibile la sua valutazione.

Per superare questa difficoltà si può fermare l'attenzione sull'unico intervallo ben determinato, in quanto imposto dal problema, cioè il tempo massimo τ disponibile per le riparazioni.

Dire che il tempo (T_{fs}) occorrente per le $n_r = n_g$ riparazioni deve essere non superiore a τ , equivale a dire che in tutto il tempo τ si deve essere in grado di effettuare un numero di riparazioni non inferiore ad n_g e quindi la probabilità cercata è pari alla somma delle probabilità degli eventi mutuamente escludentisi definiti dall'effettuazione di un numero di riparazioni $n_r \geq n_g$ in un tempo τ , in formula:

$$P_r \{ n_r = n_g, T_{fs} \leq \tau \} = \sum_{n_r = n_g}^{\infty} P_r \{ n_r, \tau \} \quad (4)$$

La (4), introdotta nella (3), fornisce:

$$A_{Op}(t, \tau) = \sum_{n_g=0}^{\infty} \left[P_r \{ n_g; t \} \cdot D_S^{n_g} \cdot \sum_{n_r = n_g}^{\infty} P_r \{ n_r, \tau \} \right] \quad (5)$$

e, tenendo conto che per $n_g=0$ si ha:

$$P_r \{ 0, t \} = R(t) \quad (6')$$

$$D_S^0 = 1 \quad (6'')$$

$$\sum_{n_r=0}^{\infty} P_r \{ n_r, \tau \} = 1 \quad (6''')$$

la (5) può scriversi:

$$A_{Op}(t, \tau) = R(t) + \sum_{n_g=1}^{\infty} \left[P_r \{ n_g; t \} \cdot D_S^{n_g} \cdot \sum_{n_r = n_g}^{\infty} P_r \{ n_r, \tau \} \right] \quad (7)$$

La (7) rappresenta quindi la probabilità di un tempo globale di fuori servizio per manutenzione correttiva non superiore ad un valore $\bar{\tau}$ durante una missione di durata t .

3.

CASO DELLA DISTRIBUZIONE DI POISSON

Un caso particolarmente semplice ed interessante ai fini pratici è quello in cui sia i guasti che le riparazioni seguono la distribuzione di Poisson.

In tale ipotesi la probabilità di avere n_g guasti al tempo t , per un sistema di dato MTBF (Mean Time Between Failures), è:

$$P_r \{ n_g, t \} = \frac{(t/\text{MTBF})^{n_g}}{n_g!} e^{-t/\text{MTBF}} \quad (8)$$

da cui:

$$P_r \{ 0, t \} = R(t) = e^{-t/\text{MTBF}} \quad (9)$$

mentre la probabilità di avere n_r riparazioni al tempo $\bar{\tau}$, per un sistema di dato MTTR (Mean Time To Repair), è

$$P_r \{ n_r, \bar{\tau} \} = \frac{(\bar{\tau}/\text{MTTR})^{n_r}}{n_r!} e^{-\bar{\tau}/\text{MTTR}} \quad (10)$$

Sostituendo la (8), (9) e (10) nella formula generale (7), si ottiene che, nel caso della distribuzione ipotizzata, la $A_{op}(t, \bar{\tau})$ è fornita da:

$$A_{op}(t, \bar{\tau}) = e^{-t/\text{MTBF}} + \sum_{n_g=1}^{\infty} \left[\frac{(D_S t)^{n_g}}{n_g!} e^{-t/\text{MTBF}} \sum_{n_r=n_g}^{\infty} \frac{(\bar{\tau}/\text{MTTR})^{n_r}}{n_r!} e^{-\bar{\tau}/\text{MTTR}} \right] \quad (11)$$

Nelle figg. 1 e 2 sono riportati gli andamenti della $A_{op}(t, \bar{\tau})$ in funzione di t/MTBF per vari valori di $\bar{\tau}/\text{MTTR}$, le due famiglie sono relative rispettivamente ai casi di $D_S=0.9$ e $D_S=1.0$

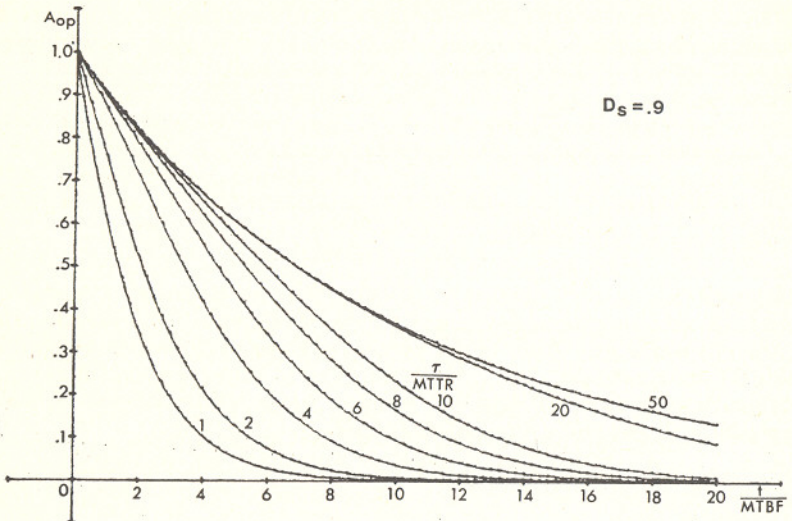


Fig. 1

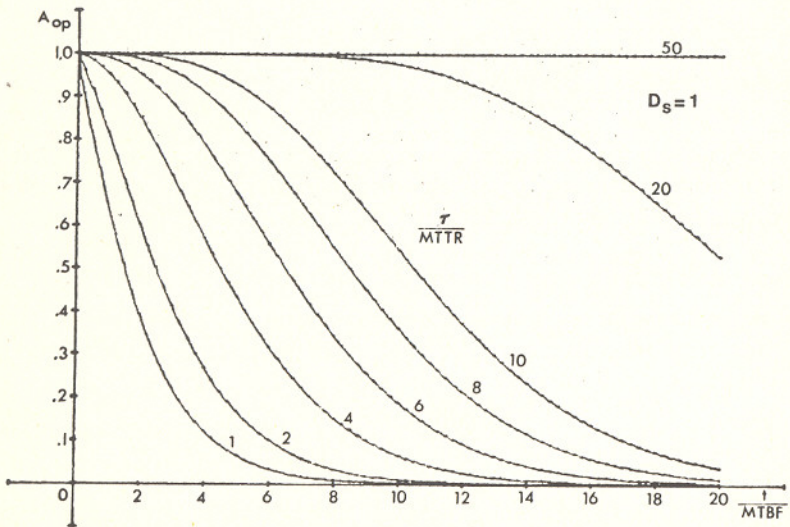


Fig. 2

Si fa notare che la formula (11) si presta alla programmazione anche su piccoli elaboratori. Ad esempio le figg. 1 e 2 sono state ottenute per mezzo di un HP9820A bloccando la prima sommatoria ad una precisione di E-8 e sfruttando nel calcolo della seconda sommatoria le proprietà di eguaglianza ad 1 per essa estesa tra 0 ed ∞ . Con questi accorgimenti il tracciamento di una singola curva ha richiesto circa 1' 30".

Il confronto tra le figg. 1 e 2 mostra il peso del fattore D_S ; si nota infatti ad esempio che per $t/MTBF = 20$, cioè in un tempo di missione in cui ci si può aspettare mediamente 20 guasti, avendo disponibile per le riparazioni un tempo in cui se ne possono effettuare mediamente 50, se la D_S è 0.9 (fig.1) si ha $A_{Op} \simeq 0.20$, mentre se $D_S=1$ (fig.2) la $A_{Op}=1$.

4.

CONCLUSIONE

La grandezza la cui espressione è stata ricavata più sopra è una delle possibili atte ad esprimere la bontà di un prodotto ai fini operativi. In essa si è portato in conto anche un fattore di tipo organizzativo (D_S) che, come è stato evidenziato, ha un notevole peso sulla probabilità cercata. Desidero ringraziare il Sig. A. Castroni per la realizzazione del programma per il tracciamento delle curve.

N O T E